Problema 1 - mindist

Stud. Radu Vișan

Universitatea Politehnică București

Soluția 1 – 20 de puncte

Pentru fiecare punct inserat, se calculează distanța minimă Manhattan intre acel punct și oricare punct inserat anterior printr-o parcurgere.

Complexitate: $O(N^2)$

Soluția 2 – 100 de puncte

Pentru început, vom spune că punctul nou inserat este de coordonate (X, Y), iar unul dintre punctele inserate anterior este de coordonate (X', Y'). De asemenea, fixăm originea sistemului de coordonate în (X, Y). În acest fel, împărțim planul în 4 cadrane, pe care le vom nota ca la matematică.

Dacă explicităm modulele din distanța Manhattan, obținem urmatoarele:

$$|X' - X| + |Y' - Y| = \begin{cases} (X' + Y') - (X + Y) & (X', Y') \in I \\ (X - Y) - (X' - Y') & (X', Y') \in II \\ (X + Y) - (X' + Y') & (X', Y') \in III \\ (X' - Y') - (X - Y) & (X', Y') \in IV \end{cases}$$

Se observă că pentru a minimiza distanțele obținute pentru fiecare cadran în parte, vom avea nevoie pentru cadranul `I` de $min(X' + Y')$, pentru cadranul `II` de $max(X' - Y')$, pentru cadranul `III` de $max(X' + Y')$, iar pentru cadranul `IV` de $min(X' - Y')$.

Pentru a obține aceste valori, avem nevoie de un arbore de intervale pentru abscisă, iar în fiecare nod din acest arbore de intervale avem nevoie de un alt arbore de intervale pentru ordonată. O observație importantă este că fiecare arbore de intervale pentru ordonată este un arbore de intervale dinamic, unde nodurile care determină un interval de ordonate sunt create doar dacă este nevoie de ele.

În acest fel, când inserăm un punct în structura noastră de date, avem $O\big(log(CMAX)\big)$noduri din arborele de intervale pentru abscise în care trebuie să inserăm punctul, iar pentru fiecare nod, inserarea punctului în arborele de intervale dinamic conduce la creerea a maxim $O\big(log(CMAX)\big)$noi noduri.

Pentru un query pentru un dreptunghi, aflăm nodurile din arborele de intervale pentru abscise care descompun intervalul de pe `OX`, iar pentru fiecare nod, aflăm nodurile din arborele de intervale pentru ordonate care descompun intervalul de pe `OY` și menținem informațiile care ne interesează pentru a afla distanța minimă Manhattan.

În cazul unui query, dacă vrem să descompunem un interval `[Left, Right]` în cadrul unui arbore de intervale dinamic, când ajungem în situația în care vrem să coboram într-un nod care nu există, ne oprim, deoarece faptul ca el nu există înseamnă ca nu există niciun punct care sa aibă ordonata în intervalul desemnat de nodul respectiv.

Astfel, obținem complexitate temporală și spațială $O(N \cdot log(CMAX)^2)$.