

Problema – anagrame

Autor: prof. Ionel-Vasile Pit-Rada, de la Colegiul National "Traian", Drobeta Turnu Severin

Descriere solutie 1 - anagrame

student Razvan Turturica , Universitatea Tehnică Cluj-Napoca

Se poate calcula de la dreapta la stanga sirului s utilizand un vector de frecventa $poz[k]$ cu semnificatia ca de la pozitia $poz[k]$ putem construi exact k anagrame in dreapta. Pentru a determina aparitiile a caror concatenare este minima lexicografic vom avea 2 indici cu urmatoarele semnificatii ST – prima pozitie de pe care construim urmatoarea anagrama si DR – ultima pozitie pe care o putem accesa astfel incat sa putem avea un sir de lungime maxima. Se observa ca la fiecare pas dr este $poz[i]$, $i \rightarrow k, 1$. Se vor folosi 2 vectori de frecventa auxiliari $st[i]$ – cate caractere i mai trebuie adaugate in stiva si $dr[i]$ cate caractere i mai avem ramase pe pozitiile din dreapta pana la DR. Daca adaugam in stiva caracterul x, atunci $st[x]$ se scade cu 1, daca scoatem elementul x din stiva atunci $st[x]$ creste cu 1. Parcurgand caracterele de la ST la DR procedam astfel:

1) daca stiva este goala, adaugam elementul curent in stiva

2) cat timp elementul din varful stivei este mai mare decat elementul curent, iar eliminarea acestuia asigura ca $st[x] \leq dr[x]$, acesta se poate elimina

3) se adauga elementul curent in stiva

Pentru fiecare aparitie de anagrama, continutul stivei este exact cea mai mica aparitie lexicografica.

Se parcurge din nou ST DR pentru a se determina pozitia minima DR' pana la care se gaseste subsirul din stiva. DR' + 1 va deveni urmatorul indice ST pentru urmatoarea aparitie a anagramei.

Se concateneaza toate stivele. Pentru cerinta 1 se afiseaza lungimea sirului, iar pentru 2 se afiseaza sirul.

Solutia 2 – anagrame

prof. Ionel-Vasile Pit-Rada, de la Colegiul National "Traian", Drobeta Turnu Severin

Fie $n = \text{lungime}(a)$ si $m = \text{lungime}(b)$

Partea I

Determinam $z[1]$ astfel incat $a[z[1]..n-1]$ este cel mai scurt sufix

din secventa $a[0..n-1]$ care contine o anagrama a lui $b[]$. Apoi

determinam $z[2]$ astfel incat $a[z[2]..z[1]-1]$ este cel mai scurt sufix

din secventa $a[0..z[1]-1]$ care contine o anagrama a lui $b[]$

Repetam algoritmul pana nu mai putem gasi anagrame.

Sa presupunem ca numarul de anagrame pe care le putem concatena este w

Avem deci determinate pozitiile critice $z[w] < z[w-1] < \dots < z[1]$.
Vom "oglinzi" sirul $z[]$ astfel incat sa avem $z[1] < z[2] < \dots < z[w]$

Partea a II-a

Prima anagrama trebuie selectata din secventa $a[0 \dots z[1]]$
Anagrama trebuie sa fie minima lexicografic si sa ocupe prefix de lungime minima

Fie $y[1]$ capatul drept al prefixului ocupat de anagrama optima. Deci anagrama optima poate fi selectata din secventa $a[0 \dots y[1]]$
Pentru a doua anagrama vom proceda analog selectand-o dintr-un prefix de lungime minima din secventa $a[y[1]+1 \dots z[2]]$. La fel ca in cazul anterior determinam $y[2]$ minim astfel ca anagrama optima sa fie selectata din $a[y[1]+1 \dots y[2]]$. A treia anagrama se determina in secventa $a[y[2]+1 \dots z[3]]$. Se continua analog.

La pasul k dorim sa determinam optim a k -a anagrama din secventa $a[p \dots q]$

Toate caracterele anagramei vor fi adaugate sirului solutie $c[]$. La final se va returna pozitia capatului drept al prefixului din care a fost aleasa anagrama optima

Construim anagrama optima in mai multe etape:

Etapa 1 :

Parcurgem secventa $a[p \dots q]$, de la stanga spre dreapta pana gasim o pozitie i astfel incat daca nu selectam un caracter ch egal cu $a[i]$ din secventa $a[p \dots i]$ atunci ratam constructia unei anagrame. Caracterul ch nu trebuie selectat neaparat de la pozitia i , el poate fi selectat de oriunde apare in secventa $a[p \dots i]$. Astfel avem libertatea ca inainte de a selecta ch sa selectam orice alt caracter strict mai mic decat ch , de care este nevoie pentru constructia anagramei minime. Vom construi o parte a anagramei, formata din caractere mai mici decat ch si positionate la stanga pozitiei de unde vom selecta ch . Sa presupunem ca literele care sunt mai mici decat ch , positionate inainte de ch si de care mai este nevoie sunt $c_1 < c_2 < \dots < c_j$. Pentru a obtine minimul lexicografic caracterele selectate mai mici decat ch vor trebui sa formeze un sir crescator (crescator deoarece , in caz contrar mai bine renuntam la caracterul care strica ordinea si obtinem un sir lexicographic mai mic; putem renunta deoarece caracterul nu este critic, doar $a[i]$ este critic) si procedam astfel incat:

- c_1 sa apara de numar maxim de ori in $[p \dots i-1]$, fie p_1 ultima pozitie unde apare c_1

- c_2 sa apara de numar maxim de ori in secventa $[p_1+1 \dots i-1]$, fie p_2 ultima aparitie a lui c_2

- c_3 sa apara de numar maxim de ori in secventa $[p_2+1 \dots i-1]$, fie p_3 ultima aparitie a lui c_3

Se continua analog pana la c_j , fie p_j ultima aparitie selectata a lui c_j , apoi se selecteaza primul caracter ch egal cu $a[i]$ din $[p_j+1 \dots i]$, fie pch pozitia selectata.

La etapa 2 se va proceda analog dar relativ la secventa $[pch+1 \dots q]$

Se continua pana la constructia anagramei.

La fiecare etapa vom avea cate un caracter ch "critic" (care trebuie neaparat selectat. In anagrama optima, in stanga oricarui caracter "critic" vom avea sau subsir vid, sau subsir crescator format cu

caractere mai mici decat caracterul "critic" respectiv, limitat la stanga de caracterul "critic" precedent.