

Problema Agora

Autor: *Chiorean Tudor-Octavian*

Universitatea Tehnică Cluj-Napoca

Descrierea soluției

Observăm că toate punctele din plan care sunt considerate “speciale” sunt de fapt punctele lacticeale, care determină triunghiuri dreptunghice cu catetele paralele cu axele de coordonate, având lungimile ipotenuzelor numere naturale.

Solutie $O(X*Y*Q)$ – 10 puncte

Iterăm prin fiecare punct lacticeal al planului și marcăm, într-o matrice de dimensiuni $X*Y$, cu valoarea 1, dacă este special sau cu 0, în caz contrar.

Pentru fiecare query, parcurgem dreptunghiul corespunzător și determinăm numărul valorilor egale cu 1.

Solutie $O(X*Y*\log(X) + Q)$ – 40 de puncte

Aflăm, în același mod, toate punctele speciale, iar apoi precalculăm sume parțiale (pentru numărul valorilor egale cu 1) și răspundem la fiecare query în $O(1)$.

Solutie - 100 de puncte

Generarea punctelor speciale se poate face eficient în mai multe moduri. Unul dintre ele este folosirea formulelor lui Euclid:

Fixăm m, n , cu $m > n > 0$, m și n prime între ele și doar unul dintre ele impar. Coordonatele punctului special determinate de acești parametrii vor fi:

$$x = m^2 - n^2, \quad y = 2*m*n$$

Luăm în considerare toate punctele și observăm că numărul de coordonate x și coordonate y distincte (pentru $X, Y \leq 7000$) este mai mic decât aproximativ 2500, astfel că vom putea normaliza coordonatele și precalcula sume parțiale pe matricea normalizată, la fel ca la punctul anterior.

Pentru fiecare query, vom determina dreptunghiul pe care îl interogăm în matricea normalizată folosind căutarea binară după fiecare coordonată.

Răspunsul pe fiecare query va fi dat în timp logaritmic.