Problema grup

Autori: *Chiriac Andrei – Alexandru, Adrian Budă*u
Universitatea București,
Facultatea de matematică și informatică

Descrierea soluției

Soluţie O(n ^ 3)
Elevii se impart in 4 grupe principale :

- Grupa Inamici, formată din elevii care sunt şi inamicii lui Andrei, şi inamicii lui Bogdan.
- Grupa A, formată din elevii care sunt simultan prietenii lui Andrei şi inamicii lui Bogdan.
- Grupa B, formată din elevii care sunt simultan prietenii lui Bogdan şi inamicii lui Andrei.
- Grupa AB, formată din elevii care sunt şi prietenii lui Andrei, şi prietenii lui Bogdan.

Împărţim cei N elevi în aceste patru grupe şi sortăm crescător elevii fiecărei grupe dupa numărul de absenţe şi calculăm sumele parţiale ale acestor vectori.

Fixăm toate posibilităţile pentru câţi elevi alegem din grupele A, B şi AB. Numărul de elevi aleşi din grupa Inamici va fi diferenţa de elevi până la S. Aflăm în O(1) suma valorilor elevilor folosind sumele parţiale şi actualizăm soluţia.

Soluţie O(n ^ 2)
Vom fixa numărul elevilor aleşi în soluţie care fac parte din Grupa AB, notat cu x (x >= K1 – A.size() şi x >= K2 – B.size()).
Suntem obligaţi să alegem K1 – x elevi din grupa A şi K2 – x elevi din grupa B, iar pe restul de T = (S – K1 – K2 – x) îi putem alege din elementele încă neselectate din Grupe Inamici, A şi B.

Astfel, menţinem pointerii posInamici, posA şi posB, iniţializaţi cu posInamici = 0, posA = K1 – x, posB = K2 – x şi la fiecare din cei T paşi alegem valoarea minimă dintre Inamici[posInamici + 1], A[posA + 1] şi B[posB + 1], având grijă să nu se depaşească dimensiunea grupelor.

Soluţie O(n * log n * log n)
Similar soluţiei precedente, la ultimul pas, în loc să iterăm prin toţi copiii rămaşi, putem căuta binar valoarea ultimului copil ales din cei T. La fiecare pas al căutării binare, pentru o valoare V, căutăm binar prin cele 3 grupe câte elemente mai mici sau egale decât V conţine fiecare. Dacă în total avem cel puţin T elemente mai mici sau egale decât V, căutam un V mai mic, altfel, căutăm un V mai mare.
În acest fel, după aflarea V –ului minim, ştim că în soluţie vom alege toate valorile mai mici strict decât V şi apoi surplusul de elemente până la T vor avea valoarea V, deci ştim suma lor.

Soluţie O(n)
Aflăm soluţia optimă pentru cel mai mic x valid în timp liniar, ca în soluţia O(n ^ 2), iar trecerea de la x la x + 1 o procesăm în O(1) astfel:
Pentru x, soluţia este descrisă de tupletul (hA, hB, hInamici), care reprezintă câţi elevi alegem din grupele A, B şi Inamici. La trecerea de la x la x + 1, numărul total de elevi creşte cu 1, deci va trebui să scoatem un elev din totalul primelor 3 grupe. Nu are sens să scoatem mai mult de 1 elev din fiecare grupă, pentru că altfel, am fi făcut acest lucru la pasul precedent, deci este de ajuns să scoatem ultimul elev din fiecare grupă, iar apoi să adăugăm la soluţie minimul dintre pretendenţi până ajungem la T elevi în total (maxim 2 adăugări).