

Baraj 3 – Seniori**Soluție Pitmutare****Autor: Pit-Rada Ionel Vasile si Pit-Rada Mihail Cosmin****Solutia - $O(N!)$ - 10 puncte**

Se observa ca rundele pot fi interschimbate fara sa se schimbe numarul de solutii, astfel putem sa cautam cate solutii sunt in care primul jucator are cartile in ordinea 1,2, ..., N. Se itereaza prin cele $N!$ posibilitati pentru cel de-al doilea jucator si se verifica ca se obtine scorul cerut si ca se potriveste peste fisierul de intrare.

Soluția $O(2^n * n^2)$ - 20 puncte

Pentru aceasta complexitate trebuie observat ca problema original se poate reduce la 2 probleme independente: Primul jucator are o multime de carti diferite ($A[1], A[2], \dots, A[M]$), al doilea jucator are o multime de carti diferite ($B[1], B[2], \dots, B[M]$) (care nu mai sunt neaparat permutari), si se cere numarul de moduri de a “cupla” cele 2 multimi astfel incat daca s-ar juca pe ele după cuplajul respectiv, scorul primului este 1,2 , s.a.m.d.

Având acum mulțimile de cărți $A[]$, respectiv $B[]$ (de aceeași lungime), ținem următoare dinamică pe măști: $D[\text{score}][\text{mask}] =$ în câte moduri pot obține scorul score, alegând din mulțimea B elementele reprezentate de masca mask. Pentru a realiza tranziția, fixăm un element $B[i]$, unde i nu este în masca mask și îl cuplăm cu elementul $A[c]$, unde c este egal cu numărul de biți al măștii mask (î.e., $c = \text{popcount}(\text{mask})$). Cu alte cuvinte, alegem să cuplăm elementele din $A[]$ în ordinea naturală de la stânga la dreapta și numărăm cuplajele în funcție de masca de elemente cuplată deja în $B[]$. Astfel avem tranzițiile: $DP[\text{score}][\text{mask}] \rightarrow DP[\text{score}][\text{mask} | (1 \ll i)]$, dacă $V[c] \leq V[i]$ și $DP[\text{score}][\text{mask}] \rightarrow DP[\text{score} + 1][\text{mask} | (1 \ll i)]$, în caz contrar.

Solutia - $O(N^4)$ - 60 puncte

Valorile A_1, A_2, \dots, A_n si B_1, B_2, \dots, B_n definite în cadrul soluției anterioare pot fi normalizate si sunt practic $\leq 2 * N$

De aici se poate tine o dinamica $D[i][j][k][s] =$ in cate moduri putem obtine scorul s folosind toate cartile cu valori de la 1 la i, j dintre acestea de-ale primului neasociendu-le inca cu cine se vor cupla, si analog k dintre celui de-al doilea.

Pentru simplitate inainte de normalizare se putea adauga 0.5 la B_i pentru orice i si astfel dupa normalizare orice valoare x apare cel mult o data, ajutand astfel la implementare.

Solutia - $O(N^3)$ - 100 puncte

Baraj 3 – Seniori

Pentru 100 de puncte o observatie este ca in loc sa tinem cate elemente necuplate sunt pentru primul si respectiv cel de-al doilea jucator, putem tine scorul primului si scorul celui de-al doilea.

Astfel stim exact cate valori necuplate are primul jucator: e numarul de valori ale primului jucator pana in i - scorul primului - scorul celui de-al doilea.

Recurenta va fi foarte asemanatoare ca cea de la solutia in $O(N^4)$ doar ca are cu o dimensiune mai putin